RESISTANCE DE MATERIAUX

A2-B2

La torsion

A217-B210

1° DÉFINITION

Une poutre est sollicitée en torsion simple lorsque le torseur de cohésion s'écrit :

2° DÉFORMATION : ANGLE DE TORSION θ (TETA)

La valeur de l'angle unitaire de déformation sera fonction de l'intensité du moment de torsion M_t , du module d'élasticité transversal G (Caractéristique du matériau) ainsi que du moment quadratique I_0 (Forme de la section déformée).

L'angle unitaire de torsion θ est caractéristique de la déformation. Sa méthode de calcul dépend de la géométrie de la section (forme, section ouverte ou fermée, etc...). Ce calcul ne sera pas abordé dans ce cours.

Remarques:

a) Après déformation les sections droites restent droites, plane et perpendiculaire à la ligne moyenne.

b) Les fibres initialement parallèles à la ligne moyenne s'enroulent suivant des hélices autour de cet axe.

L'angle de rotation α_1 (alpha) entre 2 sections droites est proportionnel à la distance entre ces deux sections.

$$\frac{\alpha_1}{L} = \frac{\alpha x}{X} = \theta$$

3° MOMENT DE TORSION : M_T - CONTRAINTE DE TORSION τ

3.1. Moment de torsion

Les efforts intérieurs exercés dans la section de la pièce se réduisent à un moment de torsion M_t tel que :

$$M_t = M^t$$

3.2. Contrainte tangentielle de torsion τ

En torsion, dans le cas de petites déformations, les contraintes normales σ (sigma) sont négligeables.

Dans la section de la pièce, il existe principalement des contraintes tangentielles τ c'est à dire des contraintes de cisaillement.

La contrainte de cisaillement τ en un point M est proportionnelle à la distance ρ (rho) de ce point à la ligne moyenne.

Rappel du cisaillement :

$$\tau = G \gamma$$

donc

$$\tau = G \theta \rho$$

Diagramme de répartition des contraintes.

avec :

τ :
 G :
 θ :
 ρ :

Les contraintes sont maximums à la périphérie des pièces. S'il y a rupture par torsion la rupture commence sur la surface de la pièce.

Pour la plupart des matériaux :

$$G = 0,4E$$

Exemple de valeur de G:

4° RELATION ENTRE MOMENT DE TORSION M_t ET ANGLE UNITAIRE θ

$$\theta = M_t / GI_0$$

avec

θ :

I_0 :

M_t :

G :

L'angle unitaire de torsion θ est proportionnel au moment de torsion M_t .

5° RELATION ENTRE CONTRAINTE τ ET MOMENT DE TORSION M_t .

On avait

$$\tau =$$

en remplaçant θ

$$\tau =$$

donc

$$\tau =$$

ou

$$\tau =$$

La contrainte est maxi pour ρ maxi.

On pose $\rho_{\text{maxi}} = v$

donc $\tau =$

avec I_0/v : _____

6° CONDITION DE RÉSISTANCE.

$$\tau_{\text{max}} \leq \tau_{\text{adm}}$$

et

$$M_t \leq M_{\text{adm}}$$

donc en torsion

$$\tau_{\text{max}} =$$

Exemple de mise en situation de la torsion TIGE DE TOURNEVIS

Le tronçon **AB** de la tige du tournevis (*longueur 200mm, diamètre 7mm*) est soumis à une sollicitation de **torsion**. Le **Moment de torsion** sur la tige est de **2,4m.daN**.

Le chapitre de la torsion va nous permettre de le découvrir.

- Quelles sont les déformations?
- Quelle sont les contraintes dans le matériau?

1° ANGLE UNITAIRE DE TORSION (θ)

Au moment du chargement maximum ($M_t = 2,4 \text{ daN.m}$), l'angle de torsion α mesuré entre les secteurs **A** et **B** distantes de **200mm** est égale à **14,6°**.

L'angle unitaire de torsion θ correspondant :

2° CONTRAINTE TANGENTIELLE

La tige de tournevis est en acier ($G = 80000 \text{ MPa}$) , au moment du chargement maximum l'angle unitaire est égale à θ .
La contrainte de cisaillement dans la tige vaut :

La grandeur I_0 représente le moment quadratique (ou monent d'inertie) de la surface S par rapport au centre de gravité de la surface S .

Sachant que le moment de torsion est $M_t = 2,4 \text{ mdaN}$ et que le diamètre de la tige est de 7 il est possible de déterminer l'angle unitaire de torsion correspondant.

4° RELATION ENTRE CONTRAINTE ET MOMENT DE TORSION

5° CONDITION DE RÉSISTANCE

Quel devrait être le diamètre du tournevis pour une **Résistance pratique au cisaillement (R_{pg})** égale à **731000 MPa pour un acier inoxidable.**