MOMENT D'INERTIE

1° DEFINITION

La matière dont est fait un solide s'oppose à la modification du mouvement de celui-ci. Dans le cas d'un solide en :

1.1. Translation.

C'est la masse seule du solide qui intervient *(théorème de la résultante dynamique)*.

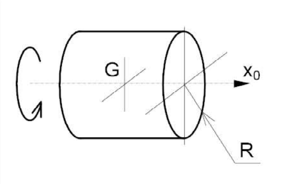
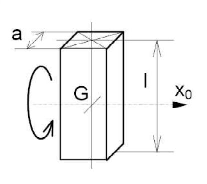
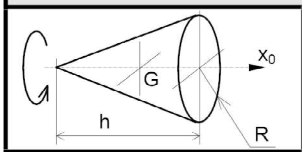
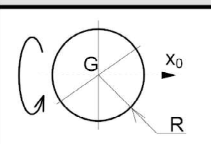
1.2. Rotation.

La masse, mais aussi la forme et les dimensions du solide interviennent. Cet ensemble de paramètres est pris en compte grâce à la définition du ***moment d'inertie*** du solide par rapport à l'axe de rotation *(théorème du moment dynamique)*.

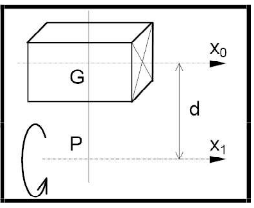
Notation : J en **kg . m²** pour un solide **S** en rotation autour d'un axe **(G, x_0)**.

2° PRINCIPAUX MOMENTS D'INERTIE

Les dimensions sont en **m et les** masses en **kg**.

Cylindre			*Parallélépipède rectangle*		
	$J_{G,\vec{x_0}} = \frac{m.R^2}{2}$			$J_{G,\vec{x_0}} = \frac{m}{12}.(a^2+l^2)$	
Cône			*Sphère*		
	$J_{G,\vec{x_0}} = \frac{3.m.R^2}{10}$	$V = \frac{\pi.h.R^2}{3}$		$J_{G,\vec{x_0}} = \frac{2.m.R^2}{5}$	$V = \frac{4.\pi.R^2}{3}$

2.1. THEOREME DE HUYGENS.

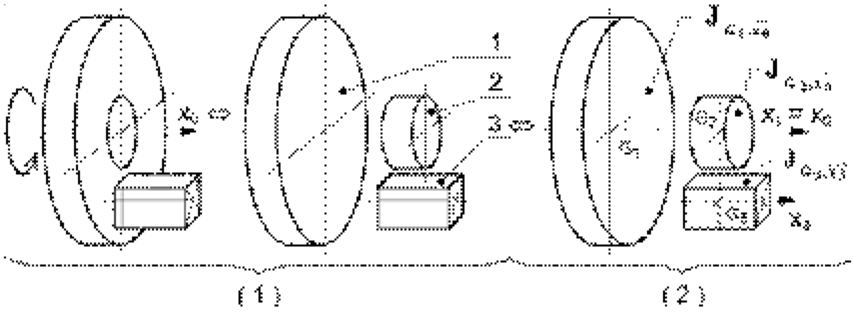


$$J_{P,\vec{x_1}} = J_{G,\vec{x_0}} + m.d^2$$

Il permet d'exprimer le moment d'inertie d'un solide homogène par rapport à un axe (**P, x**) parallèle à l'axe (**G, x_0**) où l'inertie du solide est connue ou facile à déterminer.

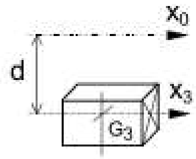
2.2. SOLIDES COMPLEXES

a) Décomposer le solide en volumes élémentaires (parallélépipèdes, cylindres, ...).



b) Calculer le moment d'inertie de chaque volume a son centre d'inertie.

c) Utiliser le théorème de Huygens pour calculer le moment d'inertie de chaque volume par rapport à l'axe de rotation du solide.



$$J_{P,\overrightarrow{x_0}} = J_{G_3,\overrightarrow{x_3}} + m_3 \cdot d^2$$
$$(P \in x_0)$$

d) Additionner (ou soustraire) les moments d'inertie trouvés pour obtenir le moment d'inertie du solide par rapport à son axe de rotation.

$$J_{Solide,\overrightarrow{x_0}} = J_{P,\overrightarrow{x_0}} + J_{G_1,\overrightarrow{x_0}} - J_{G_2,\overrightarrow{x_0}}$$