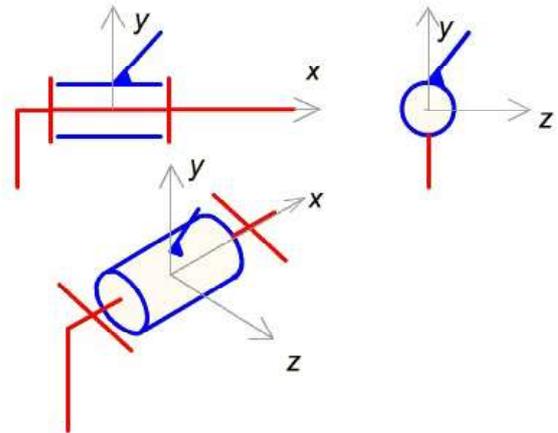
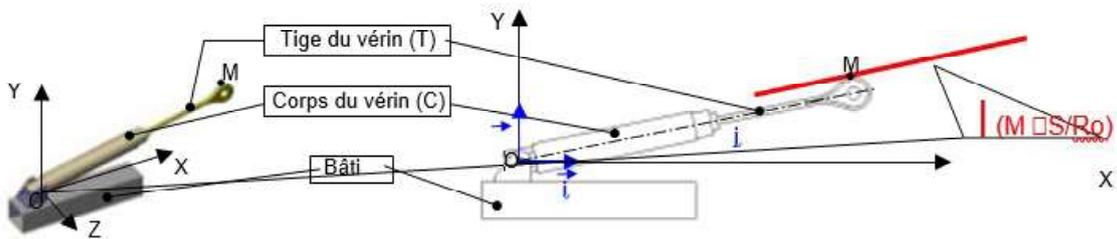
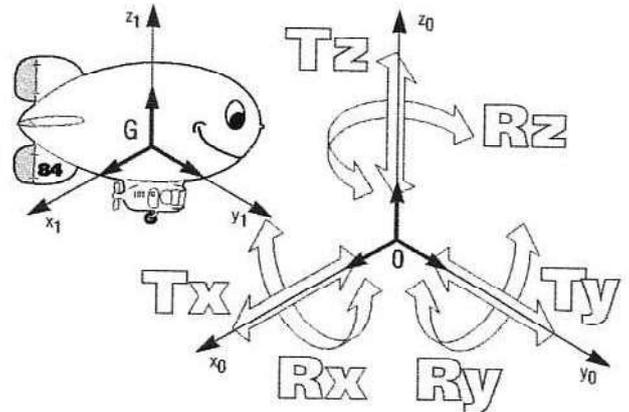


# Les liaisons cinématiques



Liaison Pivot



## 1° GÉNÉRALITÉS

Un mécanisme est un sous système composé de pièces mécaniques assemblées entre elles en respectant certaines conditions qui déterminent leurs possibilités de mouvements dans le but de remplir les fonctions attendues. On considère toujours que les différents solides étudiés sont des solides indéformables.

Choisir un système matériel consiste à diviser l'univers en deux parties :

- **d'une part, le système matériel considéré, objet de notre étude**
- **d'autre part, l'extérieur, c'est à dire tout ce qui n'est pas le système considéré.**

Il est très important au début de chaque étude de bien énumérer tous les éléments qui font partie du système considéré.

L'étude d'un système passe par la connaissance des contacts et des liaisons qui existent entre les différentes pièces de ce système.

La réalité d'un système technique est souvent trop complexe pour pouvoir être abordée dans son intégralité. On procède donc à une modélisation, plus ou moins simplifiée, du système réel afin de faciliter **l'analyse, le calcul mécanique et l'étude de systèmes**, il est préférable de pouvoir simplifier - **modéliser** - un système. Les résultats en terme de mouvements et d'efforts devront alors fournir «une image suffisamment fidèle à la réalité».

L'étude d'un système **modélisable** permettra de mettre en évidence :

- **les efforts mis en jeu pour une étude en statique.**
- **les mouvements relatifs aux constituants pour une étude en cinématique**
- **les puissances transmises pour une étude en dynamique.**

## 2° MODÉLISATION CINÉMATIQUE

### 2.1. Choix du système matériel

Tout d'abord, on considère toujours que les différents solides étudiés sont des solides indéformables. Choisir un système matériel consiste à diviser l'univers en deux parties :

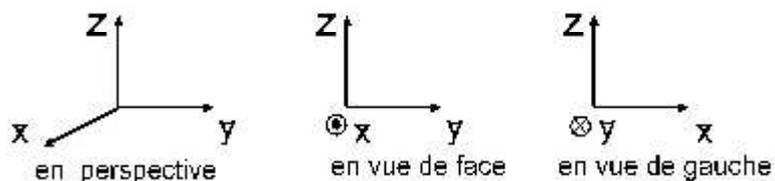
# **d'une part, le système matériel considéré, objet de notre étude d'autre part, l'extérieur, c'est à dire tout ce qui n'est pas le système considéré.**

Il est très important au début de chaque étude de bien énumérer tous les éléments qui font partie du système considéré.

### 2.2. Représentations des repères

Pour repérer le centre géométrique du contact entre deux solides indéformables on lui associe un repère orthonormé direct, dont l'origine est confondue au centre géométrique.

Rappel : convention de représentation du repère spatial dans le plan.



**2.1. Cinématique**

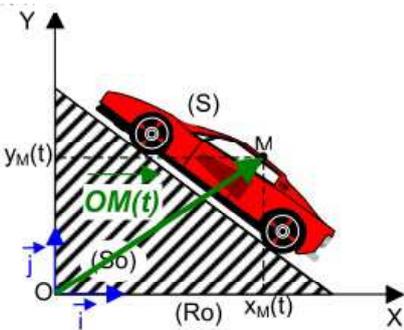
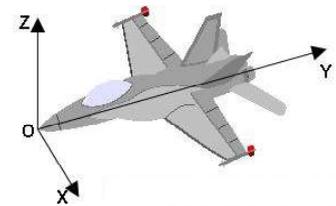
*La cinématique est l'étude des mouvements entre solides (considéré indéformable) sans tenir compte des cause qui les provoquent. tout mouvement est relatif à une référence. Un mouvement s'effectue toujours par rapport à un autre solide supposé fixe, « référence », et l'autre est celui dont on étudie les positions successives au cours du temps..*

**2.2. Mouvement d'un mobile**

Le mouvement diffère suivant le référentiel utilisé.

**Exemple:**

- Par rapport à l'avion : Le pilote est **FIXE**
- Par rapport à une habitation au sol : Le pilote est **en MOUVEMENT**



**2.3. Position d'un point appartenant à un solide :**

La position d'un point **M** appartenant à un solide (**S**) dans le repère de référence **Ro**

est définie par son **VECTEUR POSITION OM(t)** :

$$\underline{OM}(t) = x(t) \mathbf{i} + y(t) \mathbf{j} + z(t) \mathbf{k}$$

**Exemple :** Position du point **M** appartenant à la voiture (**S**) dans le repère **Ro** lié à la route.

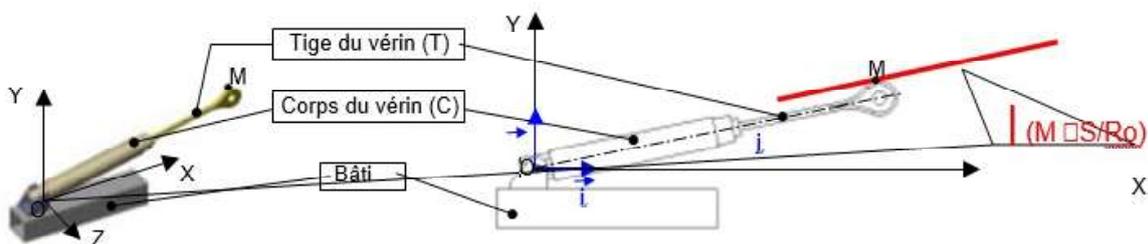
**2.4. Différents mouvements**

Le mouvement d'un solide peut être décomposé en :

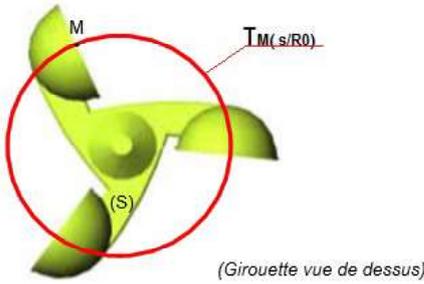
**Rotation et Translation**

a) Mouvement de translation

*Un solide est en mouvement de translation par rapport à une référence si un segment joignant deux points quelconques A et B du solide reste parallèle à lui même au cours du mouvement. Dans une translation rectiligne les points décrivent une droite, dans une translation circulaire les points décrivent un arc. (Autres types de translation curviligne, cycloïde, sinusoidale...)*

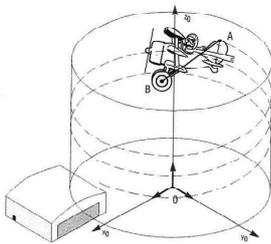


b) Mouvement de rotation



*Un solide est en mouvement de rotation autour d'un axe par rapport à une référence si deux points confondus du solide reste fixes au cours du mouvement. La trajectoire de ces points sont de cercle concentrique.*

c) Mouvement hélicoïdal

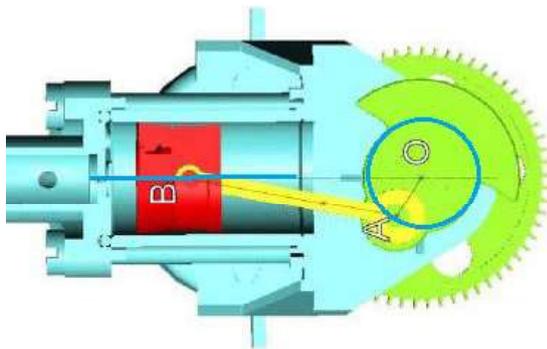


*Il s'agit de la composition d'un mouvement composé de deux mouvements:*

- 1 mouvement de rotation autour d'un axe.-
- 1 mouvement de translation rectiligne parallèle à ce même axe.

*La trajectoire obtenue est une hélice d'axe Oz  
Le mouvement hélicoïdal est caractérisé par un axe, un diamètre et un pas.*

d) Mouvement Quelconque



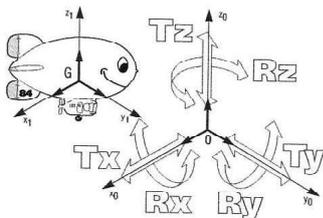
*Un mouvement quelconque d'un solide par rapport à une référence est réalisée par une pièce, lorsque 2 points au moins réalise des mouvement différents.*

*Exemple une bielle dans les points extrêmes réalisent soit un mouvement de rotation et à l'autre extrémité un mouvement de translation.*

**2.5. Notion de degrés de mobilité.**

Un mobile libre dans l'espace possède **6 degrés de liberté** ( $R_x, R_y, R_z, T_x, T_y, T_z$ ) par rapport à un système de référence, matérialisé par **3 axes orthogonaux** ( $Ox, Oy, Oz$ ).

La combinaison des mouvements de rotations et de translations suivant les **3 axes** définissent **6 degrés** de liberté, qui permettent **tous les mouvements** dans l'espace.



Quand le nombre de **degrés de liberté** de la liaison entre 2 solides **S1** et **S2** est égal à **0**, les deux solides sont en liaison complète, appelée **liaison encastrement**. Ils sont liés

- Quand le nombre de **degrés de liberté** de la liaison entre 2 solides **S1** et **S2** est égal à **6**, les deux solides sont en **liaison libre**.

**Etudier un mécanisme revient à étudier les liaisons relatives entre les pièces qui le constituent**

**2.5. Liaison entre deux solides**

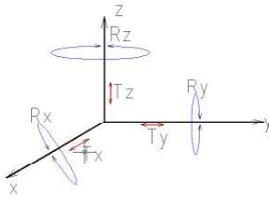
*Définir la fonction technique liaison entre deux pièces revient à préciser, le nombre de degrés de liberté (ddl) possible entre les deux pièces. Etudier les mouvements relatifs, c'est donc étudier les différents contacts entre toutes les formes de solides : sphère, plan, cylindre, cône, hélice. Une liaison entre deux pièce est une relation de contact maintenue entre ces deux solides. En mettant en contact ces différentes formes de volumes élémentaires, nous arrivons à obtenir des combinaisons multiples.*

Dans les différentes études mécanique (sauf indication contraire) les liaisons entre 2 pièces seront des liaisons parfaites, à savoir:

- Surfaces de contact géométriquement parfaites
- Jeu de fonctionnement nul entre les surfaces de contact
- Contact supposé sans adhérence.

Nature des surfaces	Nature du contact	Forme du contact	Nom de la liaison	Degrés de liberté	
				Translation	Rotation
Sphère / Plan	Point		Ponctuelle	2	3
Cylindre / Plan	Ligne	Droite	Linéaire rectiligne	2	2
Sphère / Cylindre	Ligne	Circulaire	Linéaire circulaire	1	3
Plan / Plan	Surface	Plane	Appui-plan	2	1
Cylindre / Cylindre	Surface	Cylindrique	Pivot glissant	1	1
Sphère / Sphère	Surface	Sphérique	Rotule	0	3
Plans / Plans	Surface	Prismatique	Glissière	1	0
Cône / Cône	Surface	Conique	Pivot	0	1
Hélice / Hélice	Surface	Hélicoïdale	Hélicoïdale	1	1

**2.5.1. Notion de liaison mécanique**



Avec l'hypothèse des pièces indéformables, il existe trois types de contacts:

- Ponctuel
- Linéique ou Linéaire
- Surfaique

Avant d'étudier chaque liaison mécanique élémentaire, il convient de préciser les conditions d'analyse de ces liaisons.

NOM DE LA LIAISON	SURFACES GENEERALEMENT ASSOCIEES A L'ASSEMBLAGE	DEFINIE PAR
Pivot	· Cylindre creux / Cylindre plein + plan \ plan. · Cylindre creux / Cylindre plein + contact ponctuel	Son axe de rotation
Glissière	· 1 paire de plans non parallèles (ou plus) / 1paire de plans · Plan / Plan + contact linéique	Son axe de translation
Hélicoïdale	· Filetage / taraudage	Son axe de translation et de rotation conjugués
Pivot glissant	· Cylindre creux / Cylindre plein	Son axe de rotation et de translation
Appui plan	Plan / Plan	Sa normale au plan
Rotule	· Sphère creuse / sphère pleine	Son centre
Linéaire rectiligne	· Plan et arête · Plan et génératrice de cylindre	La normale au plan La direction de la droite de contact
Linéaire circulaire	· Sphère et cylindre	+Son axe de translation Son centre
Ponctuelle	+ Plan et sphère · Plan et pointe de cône	Sa normale au plan de contact

*- Dans une liaison entre deux pièces chaque composant est constitué de Volumes Elémentaires (prisme, parallépipèdes, pyramides, cylindres, cônes, sphères et tores).*

*- La liaison entre deux pièces met en jeu une ou plusieurs Surfaces Elémentaires appartenant à l'une et à l'autre des deux pièces.*

*- Chaque surface intervenant dans une liaison mécanique est supposée parfaite.( jeu de fonctionnement nul entre les surfaces de contact , contact supposé sans adhérence )*

*- La puissance dissipée par le frottement entre les pièces est supposée nulle.*

*-Le jeu entre les pièces en liaison est supposé nul bien que les possibilités de mouvement existent.*

**2.5.2. Les différentes liaisons mécaniques élémentaires.**

voir tableau page suivante

Nom de la liaison	Degrés de liberté (d.d.l)	Torseurs associés	Mouvements relatifs	Symbole		Exemples
				Représentation plane	Perspective	
Encastrement ou fixe	0	0 0 0 0 0 0	Translation Rotation			 <i>Pièces assemblées par vis</i>
Pivot	1	$\omega_x$ 0 0 0 0 0	Translation Rotation			 <i>(Principe)</i>
Glissière	1	0 $V_x$ 0 0 0 0	Translation Rotation			
Hélicoïdale	1	$\omega_x$ $V_x$ 0 0 0 0  avec $V_x = +\omega_x \cdot p / 2\pi$	Translation Rotation Translation et rotation conjuguées	 Pas à droite + et pas à Gauche -		 <i>système vis écrou pour réalisation de mouvement</i>
Pivot glissant	2	$\omega_x$ $V_x$ 0 0 0 0	Translation Rotation			
Sphérique à doigt ou Rotule à doigt	2	0 0 $\omega_y$ 0 $\omega_z$ 0	Translation Rotation			 <i>(principe)</i>
Appui plan	3	0 $V_x$ $\omega_y$ 0 0 $V_z$	Translation Rotation			 <i>(principe)</i>
Rotule ou sphérique	3	$\omega_x$ 0 $\omega_y$ 0 $\omega_z$ 0	Translation Rotation			
Linéaire annulaire ou sphère-cylindre	4	$\omega_x$ $V_x$ $\omega_y$ 0 $\omega_z$ 0	Translation Rotation			
Linéaire rectiligne	4	$\omega_x$ $V_x$ $\omega_y$ 0 0 $V_z$	Translation Rotation			
Ponctuelle ou Sphère-plan	5	$\omega_x$ $V_x$ $\omega_y$ 0 $\omega_z$ $V_z$	Translation Rotation			

a) Torseur

Afin d'uniformiser les écritures des mouvements relatifs à chaque liaison, nous allons les exprimer par une représentation noté **TORSEUR CINEMATIQUE** (utilisé aussi en mécanique).

Point d'application : O

$$\left\{ \begin{array}{cc} R_x & T_x \\ R_y & T_y \\ R_z & T_z \end{array} \right\} \text{ Repère R ( O,X,Y,Z )}$$

En ce qui concerne le **TORSEUR MECANIQUE**, il utilise la même représentation à la différence que les forces et les moments de l'action du à la liaison sont placés différemment...

Point d'application : O

$$\left\{ \begin{array}{cc} F_x & L \\ F_y & M \\ F_z & N \end{array} \right\} \text{ Repère R ( O,X,Y,Z )}$$

L, M et N sont les moments des axes X, Y et Z.

Dans le tableau précédent, **DEFINIR** les torseurs cinématiques en faisant apparaître la notation "R" ou "T" lorsque le mouvement relatif existe, dans le cas contraire mettre 0.

**Une liaison mécanique est un dispositif constructif qui:**

- Limite les mouvements relatifs entre les deux pièces
- transmet un effort entre les deux pièces

D'où dualité:

**Limite les mouvements <==> transmet un effort**

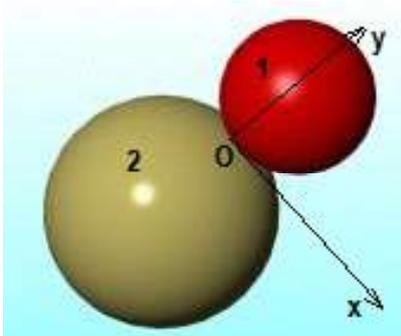
**3° NOTIONS DE ROULEMENT, PIVOTEMENT, GLISSEMENT**

On considère deux solides 1 et 2 en contact ponctuel au point O.

Ainsi, il existe un **plan tangent (O, x0, z0) commun aux deux solides et une normale en O (Oy0).**

Ainsi le torseur cinématique s'exprime au point O :

$$T_{c_{2/1}} \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \Omega_{2/1} \\ \\ V_{O_{2/1}} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & V_z \end{array} \right\}_O$$



Donc on peut définir:

- Le **glissement**, dont la vitesse linéaire vaut:  $\sqrt{V_x^2 + V_z^2}$
- Le **roulement**, dont la vitesse de rotation vaut:  $\sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_z^2}$
- Le **pivotement**, dont la vitesse de rotation vaut:  $\Omega_y$

**Complément d'informations sur:**

<http://meca3.free.fr/lecon/COURS/liaison/liaison1.html>

**Liste d'exercices sur:**

<http://meca3.free.fr/lecon/COURS/liaison/ExLiaison.html>